

L'oggetto quantistico: una proposta didattica

L'approccio alla Feynman

L'idea di Feynman QED

- ▶ Per Feynman occorre considerare tutte le traiettorie possibili
- ▶ Associare a ciascuna un peso
- ▶ Per una particella classica passando dalla traiettoria «classica» ad una vicina il «peso» varia molto, per le particelle quantistiche varia poco
- ▶ Per traiettorie «impossibili» il «peso» fa sì che i contributi si cancellino in una sorta di interferenza distruttiva, mentre per quelle possibili si sommano
- ▶ Bernardini 1 Bernardini 2

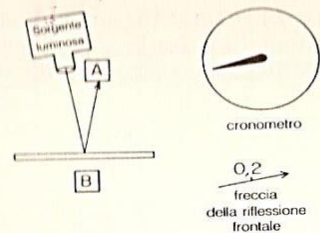


Fig. 10. In un esperimento in cui si misura la riflessione parziale da due superfici si può dire che ogni fotone ha due modi per arrivare in A: riflettendosi o sulla superficie frontale o su quella posteriore. A ciascuno di questi modi corrisponde una freccia di lunghezza 0,2, la cui direzione è determinata dalla lancetta di un « cronometro » che ruota mentre il fotone è in viaggio. La freccia relativa alla riflessione frontale va disegnata nel verso *opposto* a quello in cui si ferma la lancetta del cronometro.

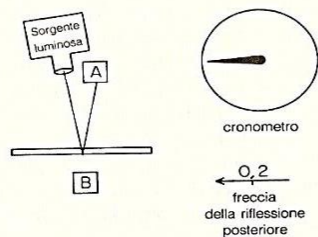


Fig. 11. Un fotone che rimbalza sulla superficie posteriore di una sottile lamina di vetro impiega un tempo leggermente maggiore per arrivare in A. Quindi la lancetta del cronometro che lo segue si trova alla fine in una posizione leggermente diversa da quella in cui si troverebbe seguendo un fotone riflesso dalla superficie frontale. La freccia relativa alla « riflessione » posteriore va tracciata nello *stesso* verso della lancetta del cronometro.

Introduzione

43

e di « risultante »). Ciascuna freccia indica quanto e in che direzione muoversi in questa specie di danza. La freccia risultante descrive lo spostamento *singolo* che si deve fare per andare a finire nello stesso posto (fig. 9).



Fig. 9. Un qualsiasi numero di frecce può esser sommato nel modo descritto alla fig. 8.

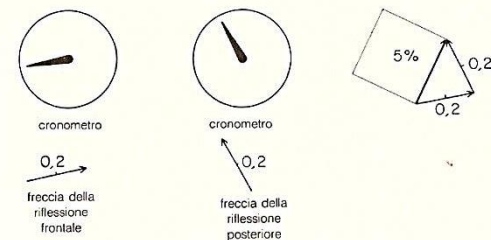


Fig. 13. Se la lamina di vetro è leggermente più spessa, la freccia risultante è un po' più lunga, perché è un po' più ampio l'angolo tra le frecce relative alla riflessione frontale e posteriore. Infatti un fotone che rimbalza sulla superficie posteriore impiega un po' più di tempo per arrivare in A rispetto all'esempio precedente.



Fig. 14. Quando la lamina di vetro ha uno spessore tale da far compiere alla lancetta del cronometro che segue il fotone riflesso dalla superficie posteriore mezzo giro in più, le frecce relative alla riflessione frontale e posteriore hanno la stessa direzione e lo stesso verso e danno luogo a una freccia risultante di lunghezza 0,4, che rappresenta una probabilità del 16%.

Motivazioni della scelta

Scopo: introdurre la fisica dei quanti con un percorso che

- *richieda prerequisiti ragionevoli di conoscenze matematiche* (NO all'uso di numeri complessi e di equazioni differenziali)
- *richieda prerequisiti ragionevoli di conoscenze fisiche* (concetti di energia, spazio, tempo, massa, velocità, quantità di moto, frequenza)
- *eviti di porre in contrapposizione fisica "classica" e fisica "quantistica", anzi rinforzi i concetti fondamentali della fisica classica*

- *eviti il "dualismo onda-particella"*

- *fornisca una chiave di interpretazione degli esperimenti*

tutto è ricondotto sostanzialmente alla sola relazione di Planck

$$E = h f$$

Significato di $E=hf$

In fisica classica, energia e frequenza sono concetti che appartengono a fenomeni diversi, perché

- *l'energia è una proprietà che, nella fisica classica, associamo abitualmente a un corpo materiale, ben localizzato nello spazio-tempo, al quale però è difficile associare una "frequenza"*
- *la frequenza è caratteristica di un fenomeno periodico, al quale però è difficile associare una "energia" ben localizzata nello spazio-tempo*

Prerequisiti sull'energia

Della fisica classica bisognerebbe sapere

- che l'energia è una proprietà caratteristica del corpo in sé (o del sistema di corpi)
- che può essere *trasferita* da un corpo all'altro in modi diversi attraverso interazioni diverse
- che può essere *trasportata* anche mediante onde, in particolare onde elettromagnetiche, senza che vi sia trasporto di massa
- che *l'energia portata da un'onda non è localizzata* è distribuita in un volume di dimensioni finite, a differenza di quella portata da un corpo materiale che, idealmente, può avere dimensioni piccole a piacere
- che l'energia può essere trasferita da un'onda a un corpo dotato di massa attraverso interazioni opportune

Un cambio di paradigma

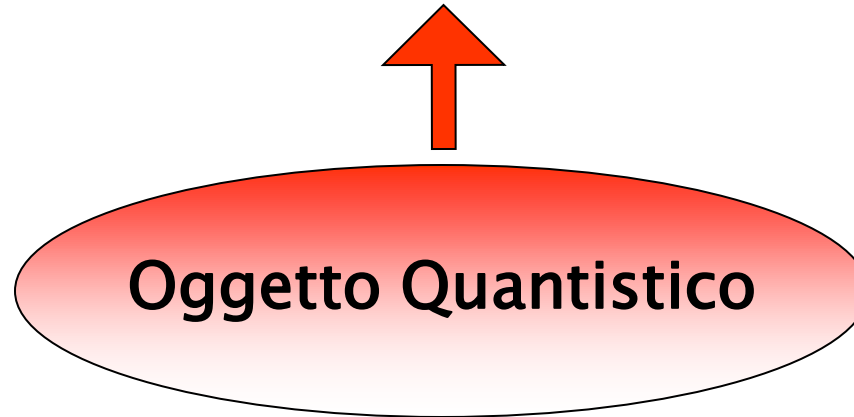
Lo sviluppo storico della fisica classica ci ha abituati a pensare che

- un corpo dotato di una massa m , come l'elettrone, è una *particella* descrivibile come un "punto materiale" che segue le leggi della meccanica newtoniana: la descrizione del moto dei corpi dotati di massa come "punti materiali" risale infatti al XVII secolo e ha avuto innumerevoli verifiche sperimentali, mentre, per gli aspetti "ondulatori", bisogna arrivare al modello di Bohr (1913) e, per le prime evidenze sperimentali dirette, agli esperimenti di D.G.T (1927)
- la radiazione elettromagnetica è un'onda costituita da *campi* elettrici e magnetici che si propagano con un'ampiezza che varia secondo l'equazione dell'onda e che si *sovrappongono* nello spazio-tempo: la prima descrizione della luce come "onda" risale infatti al XVII secolo (Huygens), la prima verifica sperimentale è del 1801 (Young), mentre bisogna arrivare al 1902 per la prima evidenza sperimentale di aspetti "corpuscolari" e all'interpretazione di Einstein del 1905

L'oggetto quantistico di Feynman

- ipotesi di partenza: la relazione di Planck $E = hf$
- l'*oggetto quantistico* è caratterizzato dall'*energia* E e dalla *frequenza* f , legata a E attraverso il *quanto di azione* h ,
- ha quindi un suo *orologio interno* che gira con la frequenza f
- e una *fase* ϕ che varia periodicamente nel tempo con un periodo pari a $1/f$
- per andare da A a B, l'*oggetto quantistico* non percorre un dato cammino ma *una sovrapposizione di cammini possibili*,
- il risultato dell'osservazione in B dell'oggetto quantistico dipende dalla *sovrapposizione dei vettori di fase* in B
(principio di sovrapposizione)

È definito da massa, velocità e frequenza.
La *frequenza* f è legata all'energia dalla
relazione $E=hf$



Oggetto Quantistico

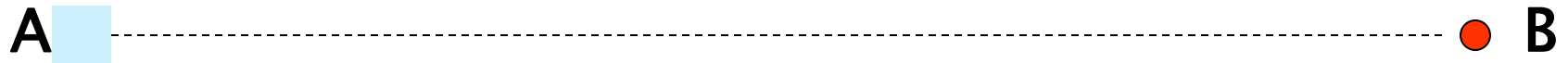
“orologio interno”

Ha un “*orologio interno*”: la sua lancetta gira nel tempo passando attraverso *fasi* (angoli) diverse.
Le fasi si ripetono identicamente dopo un periodo $T=1/f$
La “lancetta” dell’orologio individua il *vettore di fase*.

In un giro completo di orologio percorre un *cammino* λ che dipende dalla sua quantità di moto p .
La relazione tra il cammino percorso e la quantità di moto è data da:

$$\lambda=h/p$$

MOTO DELL'OGGETTO CLASSICO



Conoscendo la velocità iniziale e le forze che agiscono sul sistema è possibile determinare la **traiettoria**

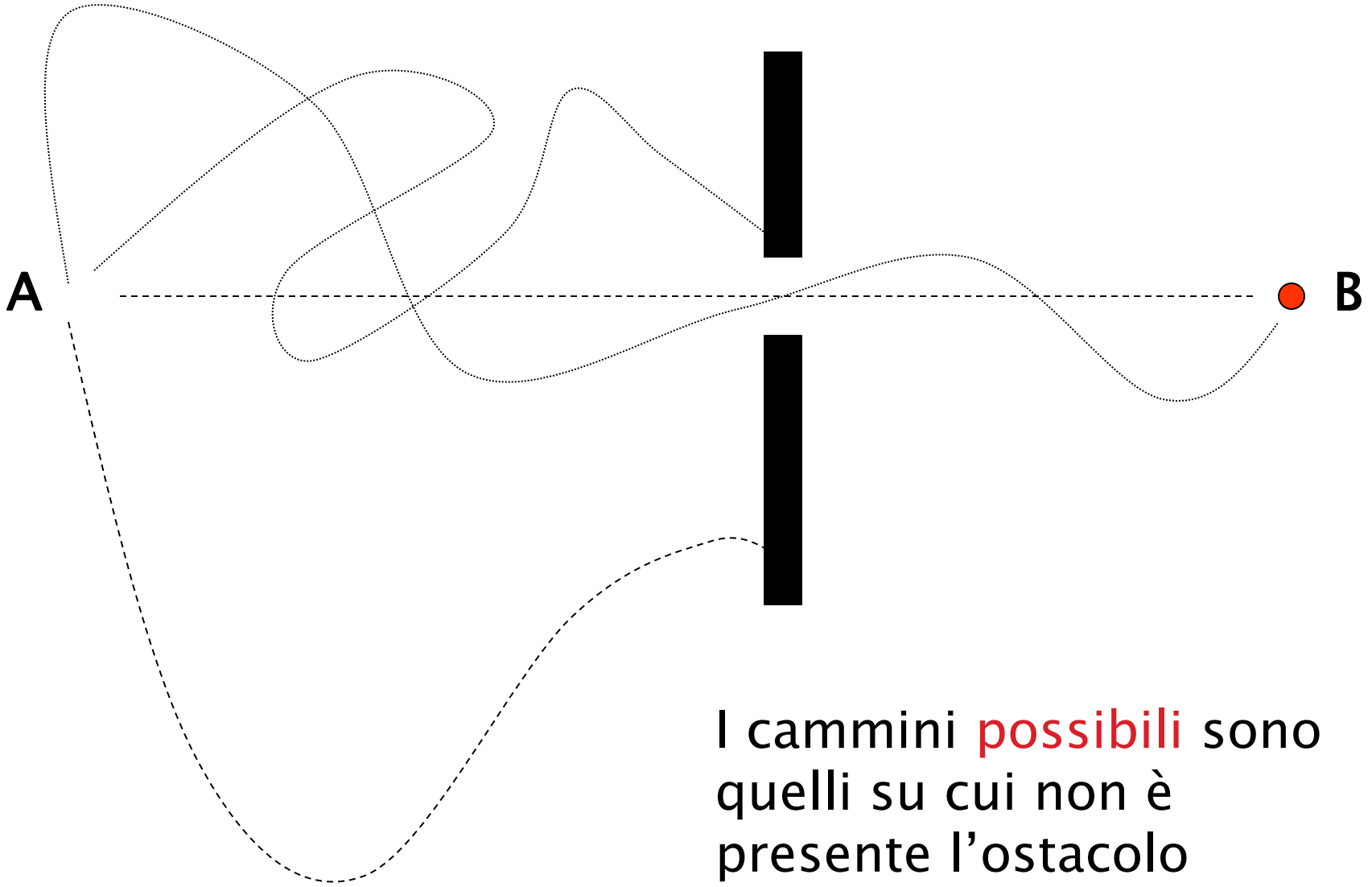
MOTO DELL'OGGETTO QUANTISTICO



L'oggetto è partito da A ed è stato rivelato in B.
Non sappiamo quale strada abbia percorso.

Per andare da A a B non ha seguito
una traiettoria particolare, ma ha
esplorato tutti i cammini possibili

...se c'è un ostacolo



I cammini **possibili** sono
quelli su cui non è
presente l'ostacolo

MOTO DELL'OGGETTO QUANTISTICO

Per andare da A a B non segue una traiettoria particolare, ma **esplora tutti i cammini possibili** (ovvero i cammini sui quali non sia presente un ostacolo).



Non possiamo essere sicuri che l'oggetto quantistico arrivi in B, possiamo solo valutare la **probabilità** che venga rivelato in B.

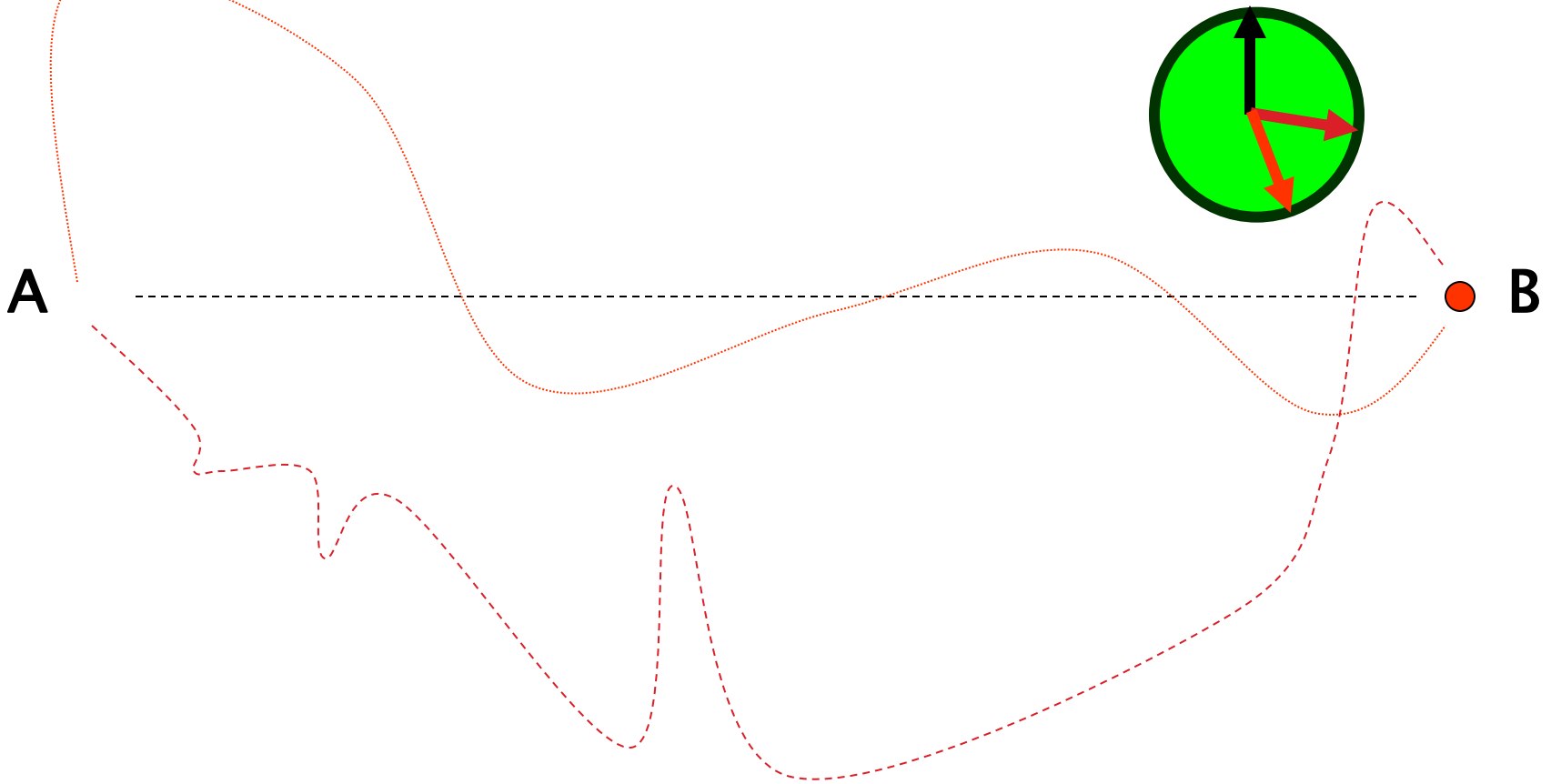


Ogni cammino possibile dà il suo **contributo** (positivo o negativo) alla probabilità di osservare l'oggetto in B. Ogni contributo è rappresentato da un particolare vettore di fase.



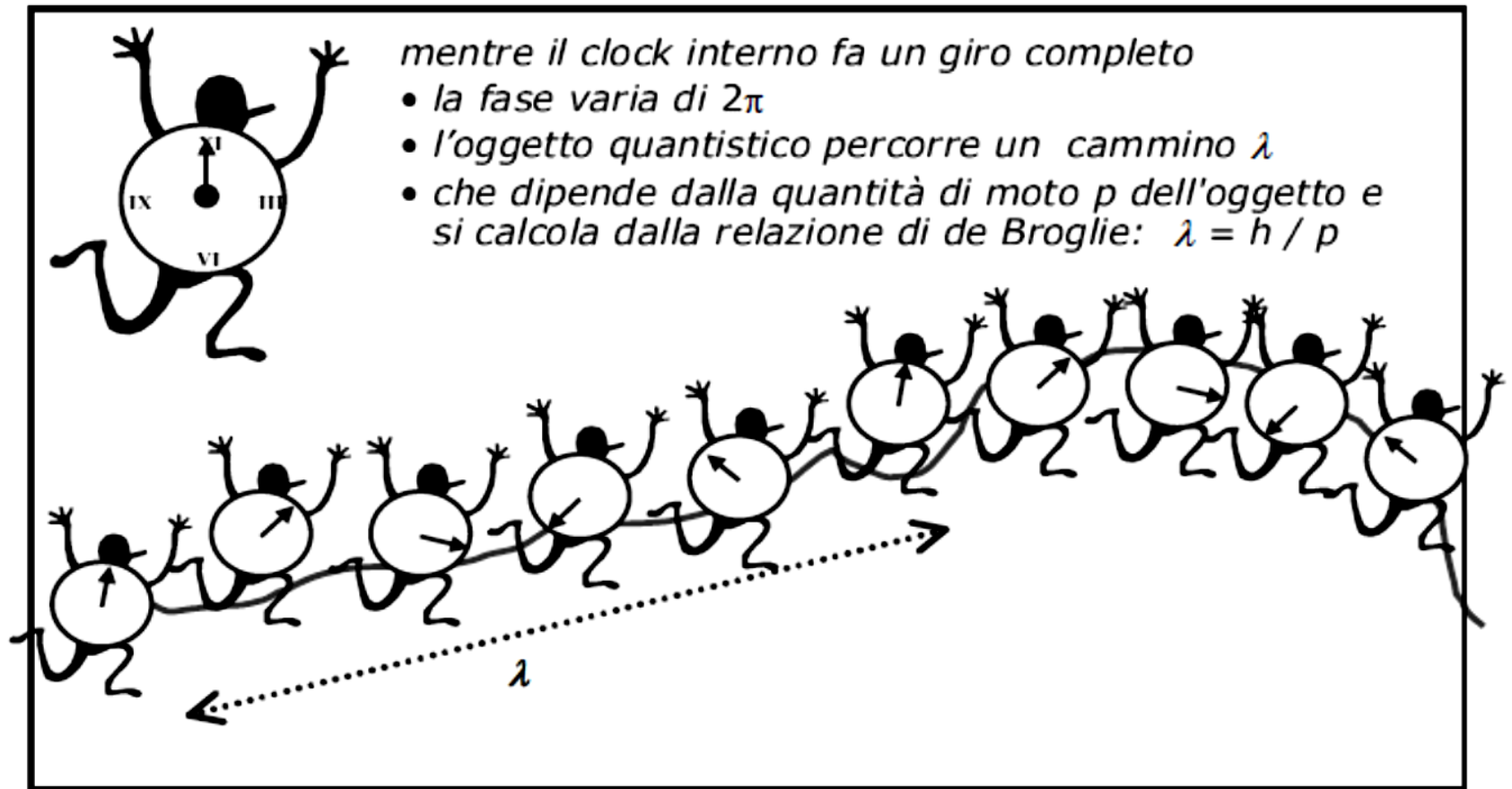
La **sovrapposizione**, cioè la somma, di tutti i vettori di fase ci dice quale sia la probabilità di osservare l'oggetto in B: la probabilità è proporzionale al modulo al quadrato del vettore risultante.

IL CONTRIBUTO DEI CAMMINI

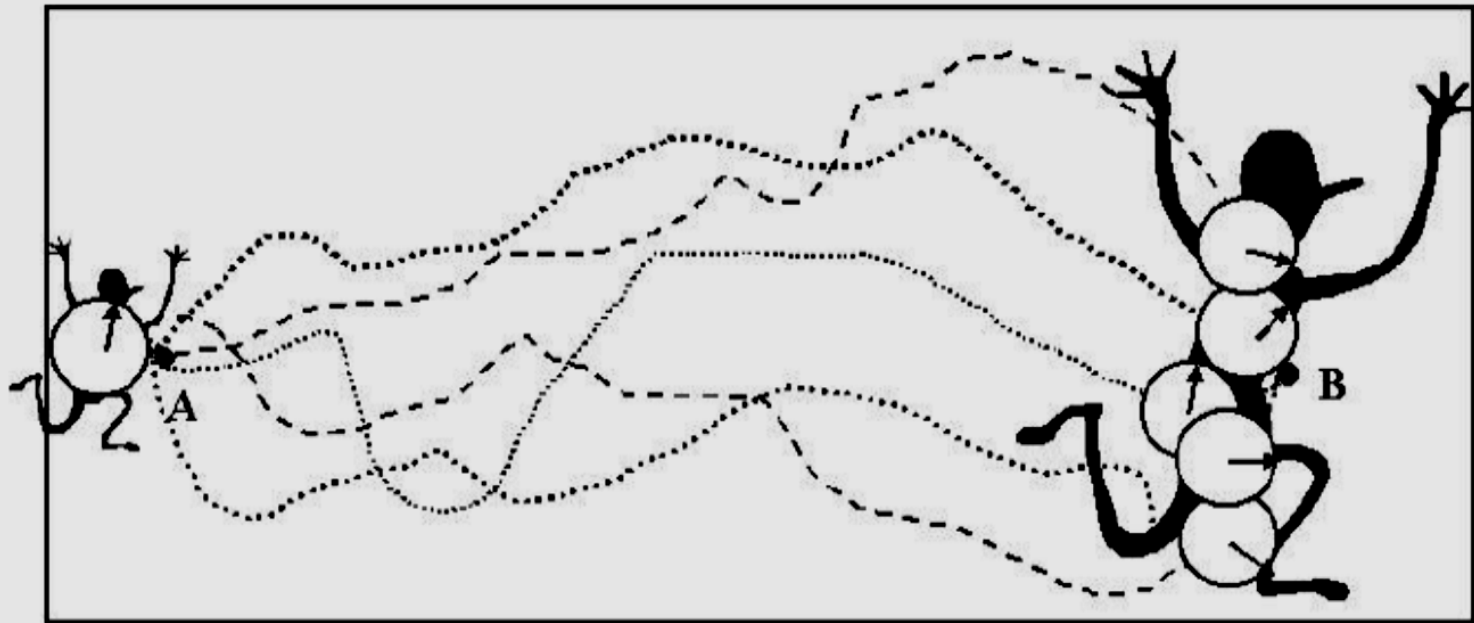


E' la **sovrapposizione dei cammini** che ci dice quale è la probabilità di rivelare l'oggetto in B

Il linguaggio dei "molti cammini": frequenza,
lunghezza d'onda, vettore di fase (fasore)

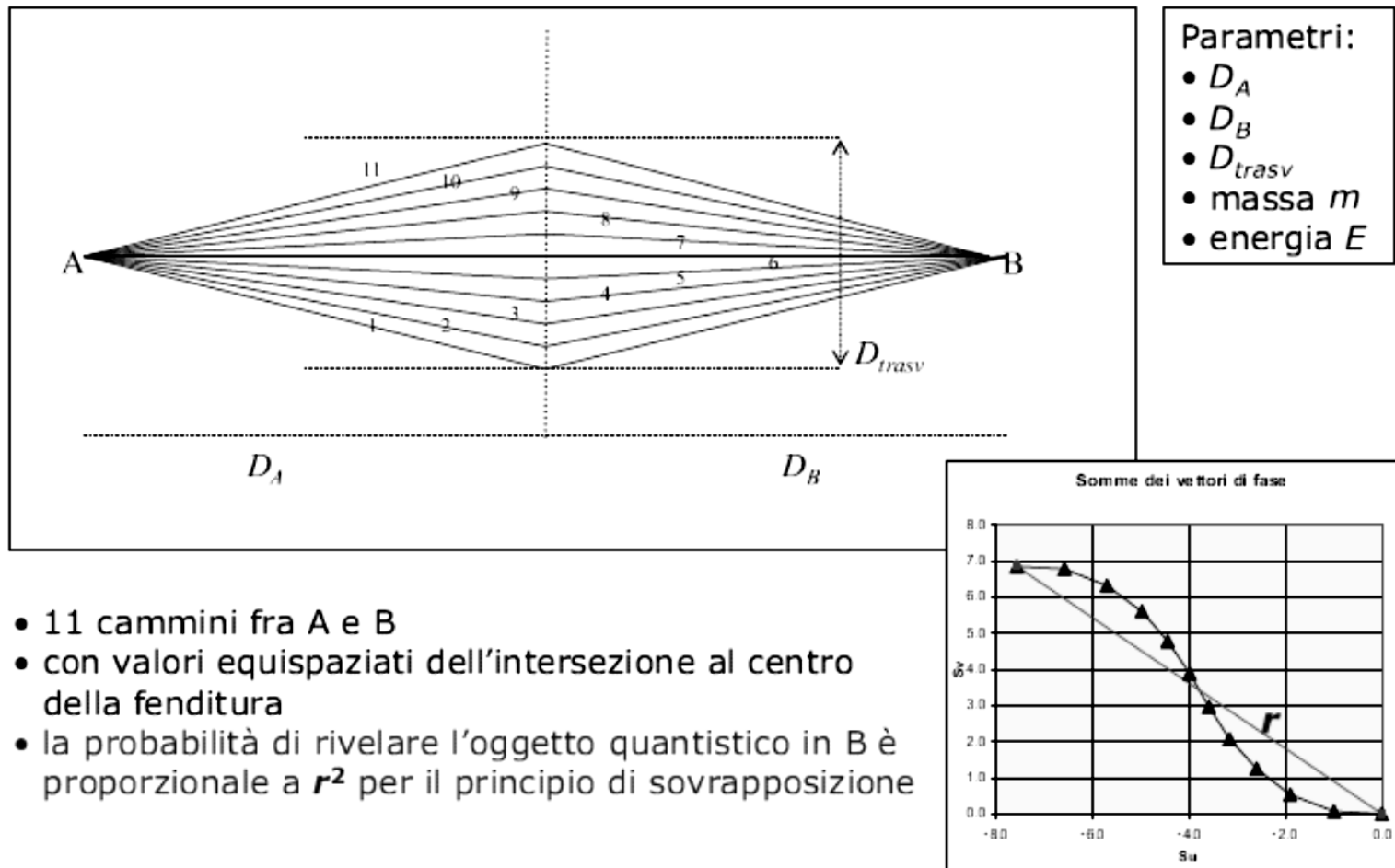


I diversi cammini



- per andare da A a B l'oggetto quantistico può percorrere cammini diversi, anzi percorre *tutti i possibili cammini*
- lungo ogni cammino il suo vettore di fase avanza per una fase proporzionale alla lunghezza del cammino
- è la *sovrapposizione dei vettori di fase* che determina la probabilità di rivelare l'oggetto in B (principio di sovrapposizione)

Un esempio di calcolo della somma sui molti cammini con un foglio "excel"



Il file excel

a. Scelta o calcolo dei parametri che sono gli stessi per tutti i cammini:

- distanze D_A e D_B
- larghezza della fenditura D_{trasv}
- velocità v dell'oggetto
- massa m
- quantità di moto p
- lunghezza λ di de Broglie, $\lambda = h / p$

Calcolo del vettore di fase su ogni cammino

Calcolo del vettore di fase di ogni cammino. Occorre:

- scegliere la coordinata y_f del punto di attraversamento alla posizione della fenditura,
- calcolare la lunghezza L_i del percorso tra A e B,
- calcolare i giri $g_i = L_i / \lambda$ fatti lungo il cammino dalla lancetta dell'immaginario orologio interno,
- g_i non sarà in generale un numero intero, ciò che interessa non è la parte intera di g_i , chiamiamo $\text{int}(g_i)$, ma la parte decimale $d_{g_i} = g_i - \text{int}(g_i)$, cioè la frazione di 2π (o di 360°) dell'ultimo giro non completato, perché la fase φ_i si otterrà da questa con la proporzione,

$$\varphi_i : d_{g_i} = 2\pi : 1$$

- dal valore di φ_i , si calcolano le due componenti del vettore di fase unitario, V_{ux} e V_{uy} , necessarie per calcolare le componenti S_u e S_v della somma vettoriale:

$$V_{ux} = \cos(\varphi_i) \qquad V_{uy} = \sin(\varphi_i)$$

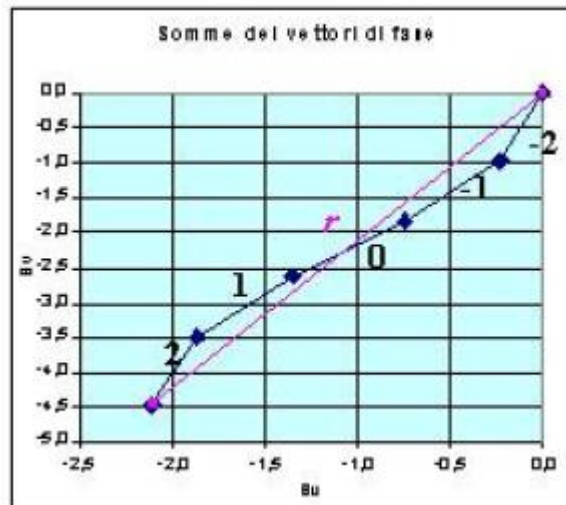
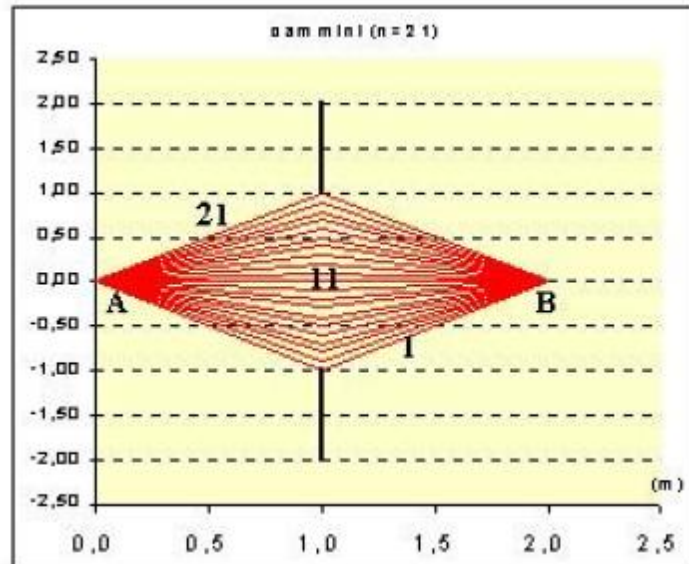
Calcolo della somma dei vettori di fase di tutti i cammini

a. *Calcolo della somma dei vettori di fase di tutti i cammini:*

- calcolo delle componenti S_u e S_v della somma vettoriale:

$$S_u = \sum_i V_{ui} \qquad S_v = \sum_i V_{vi}$$

- calcolo della sovrapposizione $S = S_u^2 + S_v^2$



Doppia
fenditura

Piano di lavoro della sperimentazione 2000–2001 (8h complessive)

► Primo incontro (2h)

Non avendo ancora potuto, in questa fase dell'anno, inquadrare il problema della nascita della meccanica quantistica nel contesto della crisi della fisica classica, ho pensato di iniziare con una serie di letture, tratte da alcuni testi divulgativi di facile lettura che potessero introdurre in forma anche divertente i problemi di fondo. Nei primi 45 minuti agli studenti, divisi in otto gruppi, sono stati forniti i passi sopra indicati corredati dalle domande cui dovevano rispondere leggendo i brani.

Successivamente i ragazzi si sono alternati alla lavagna per illustrare la lettura ai compagni e scrivere sulla lavagna i punti chiave dal punto di vista concettuale.

- ▶ **Secondo incontro (2h)**

Nella seconda giornata ha aperto i lavori l'ultimo gruppo che ha introdotto il lavoro di Feynman in base alla lettura.

- ▶ Ho quindi svolto una lezione frontale, in cui seguendo la traccia del lavoro "L'oggetto quantistico: ipotesi e regole", ho sottolineato le caratteristiche dell'oggetto quantistico e le formule che lo caratterizzano. Quindi tramite collegamento dei video al server di rete ho illustrato le caratteristiche del foglio di lavoro Excel Fey-tutorial su cui i ragazzi avrebbero dovuto lavorare, mostrando il significato dei grafici e che cosa occorresse fare se la spirale di Cornu avesse assunto un aspetto di una spezzata. Consegnata la scheda tutorial1, i ragazzi hanno utilizzato l'ultima mezz'ora per raccogliere i primi dati.

▶ **Terzo incontro (2h)**

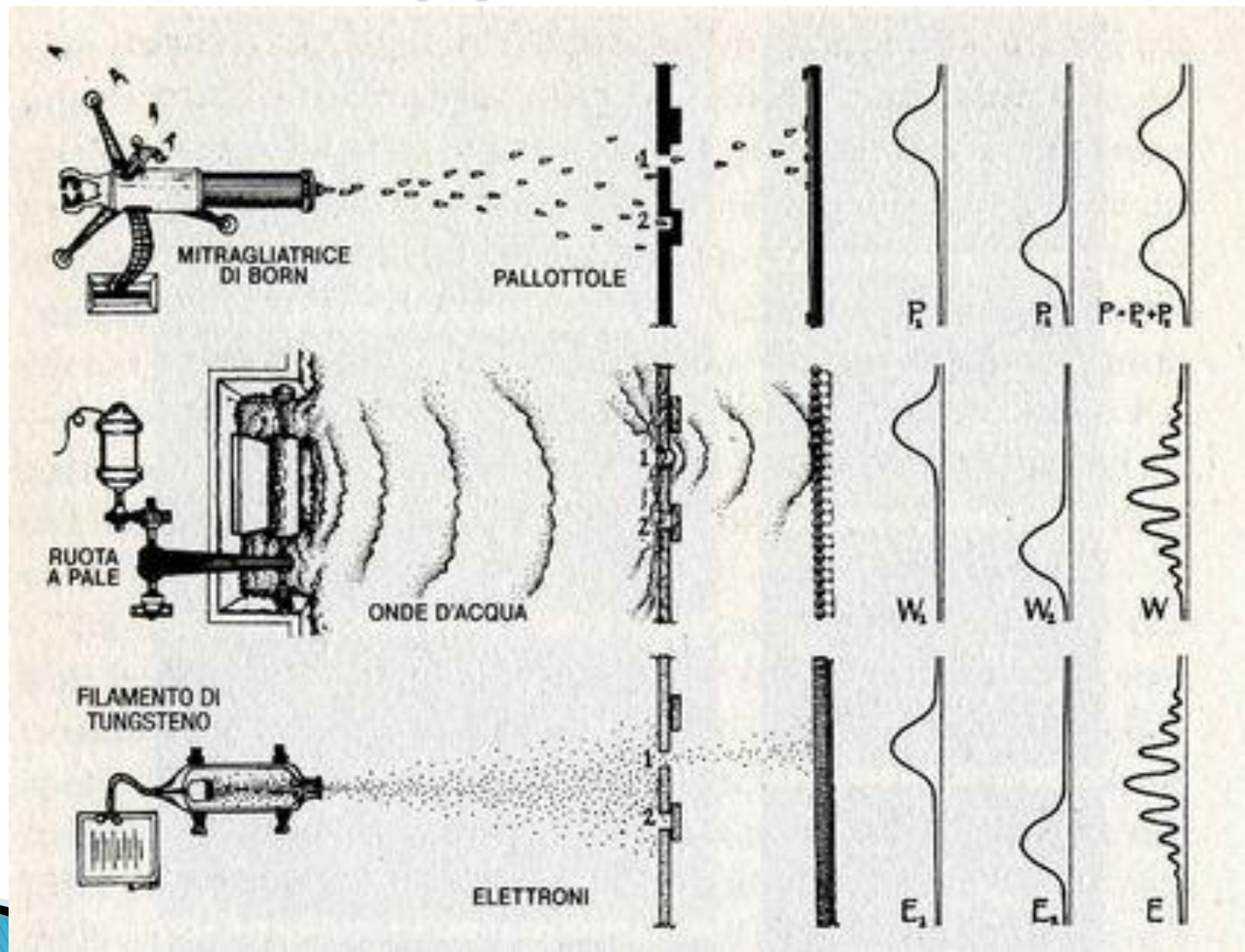
E' stato totalmente dedicato al lavoro di gruppo sui computer. Io seguivo lo sviluppo del lavoro passando tra i ragazzi e rispondevo ai loro interrogativi. Ai gruppi che hanno terminato prima del termine della lezione è stato distribuito l'articolo di C. Bernardini tratto dai quaderni le scienze che riassume il lavoro di Feynman.

▶ **Quarto incontro (2h)**

A questo incontro era presente la prof. Rinaudo: all'inizio ha mostrato ai ragazzi l'esperimento del reticolo di diffrazione, invitandoli ad interpretarlo in base a quanto studiato l'anno passato e poi in base al modello di Feynman: ai fotoni sono ora preclusi alcuni cammini e si può analizzare questo effetto nei vari punti dello schermo. Collegando tutti i video con il server ha quindi mostrato ai ragazzi come il modello prevedesse per la diffrazione da una fenditura un massimo centrale di probabilità ma questa risultava non nulla anche fuori dal "cono di luce geometrico".

- ▶ L'ultima ora è stata utilizzata per riassumere in una lezione interattiva i risultati ottenuti nei giorni precedenti al computer e distribuire un foglio in cui si mettevano a confronto i punti di vista della meccanica classica e quantistica che erano emersi nel corso dell'attività. Questo foglio è stato ripreso e ridiscusso quando, dopo aver parlato della crisi della fisica classica, sono state richiamate le caratteristiche della meccanica quantistica.
- ▶ Osservazioni sull'esperienza

La doppia fenditura

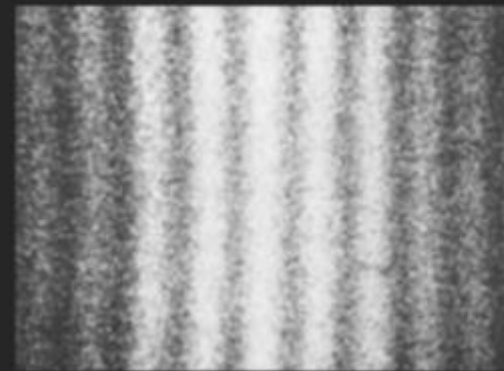
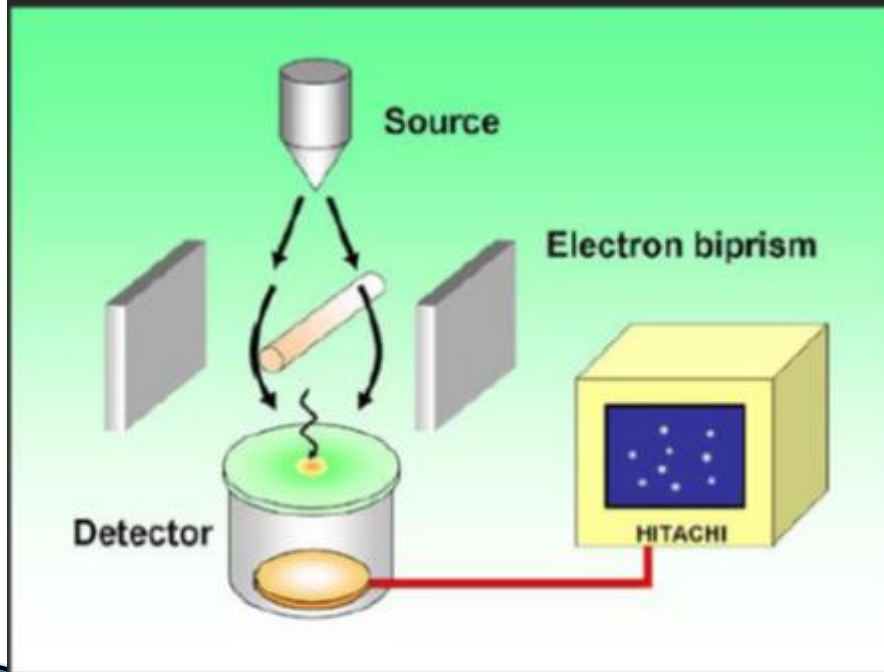


Interferenza elettronica...

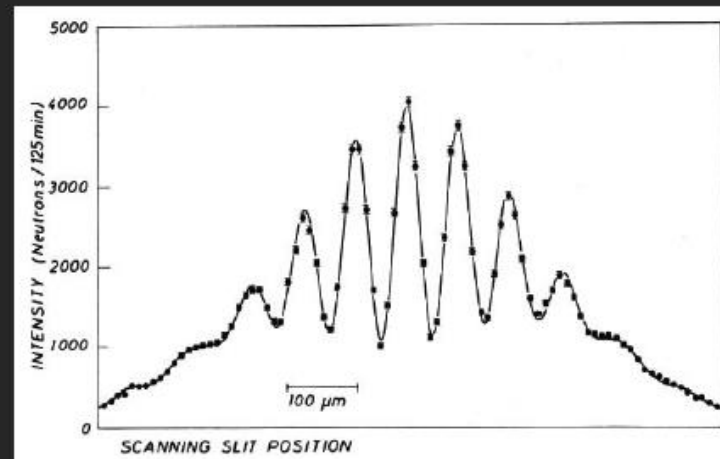
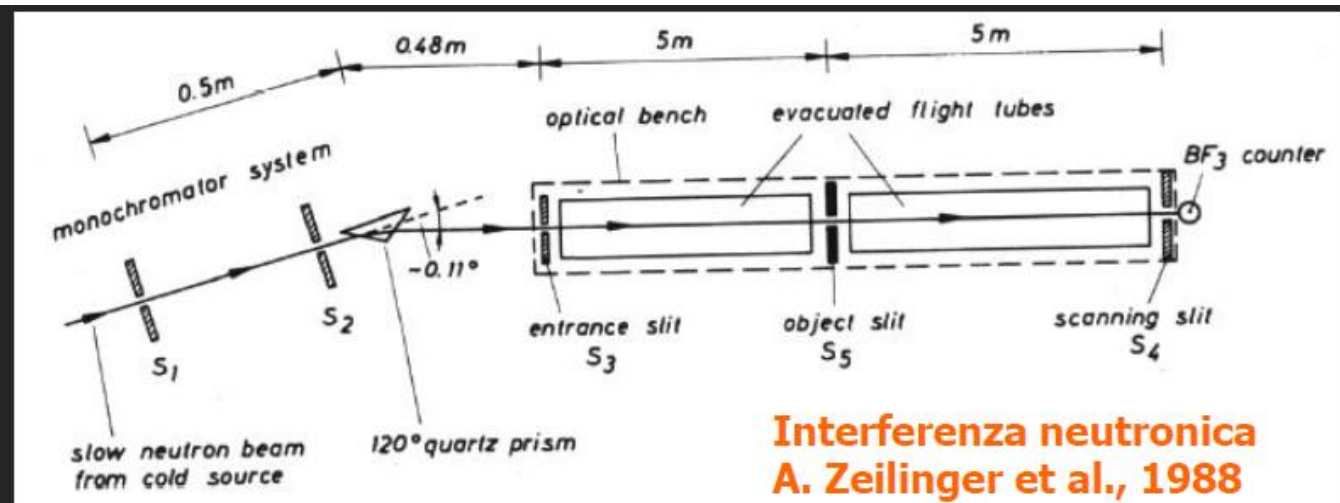
INTERFERENZA DA BIPRISMA ELETTRONICO

Tonomura et al.

Hitachi Advanced Research Laboratory, Tokyo, 1989



Doppia fenditura con neutroni

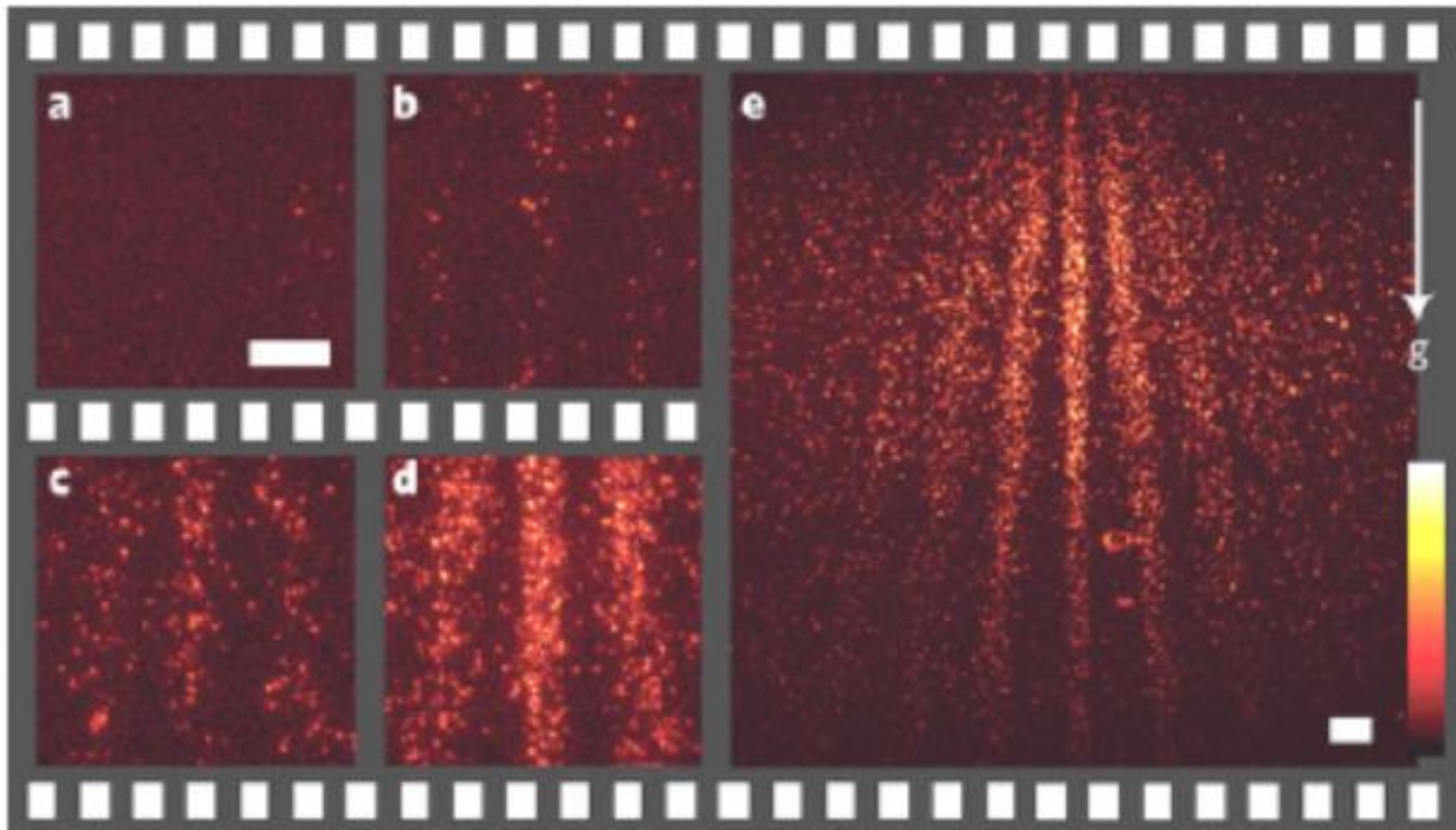


**doppia fenditura: inserito
filo di boro all'interno di una
fenditura di $150\ \mu\text{m}$ di
spessore**

**lunghezza d'onda del
pennello neutronico $\lambda = 18\text{\AA}$**

tempo totale = 210 ore

Interferenza con ftalocianina



Un fotogramma del filmato che mostra la formazione di schemi di interferenza da parte di una molecola di ftalocianina. (Cortesia Juffmann et al. / Nature)

Interferenza con molecole...

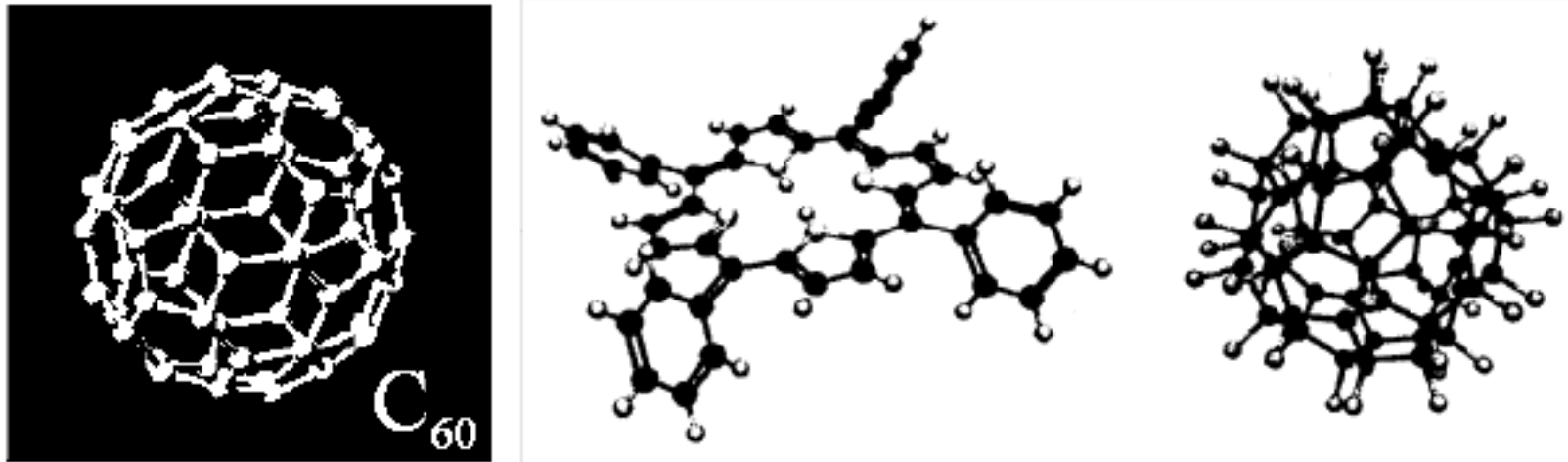


Fig. 4.2 Struttura delle molecole di fullerene C₆₀, di tetrafenilporfirina C₄₄H₃₀N₄ e fluorofullerene C₆₀H₄₈.

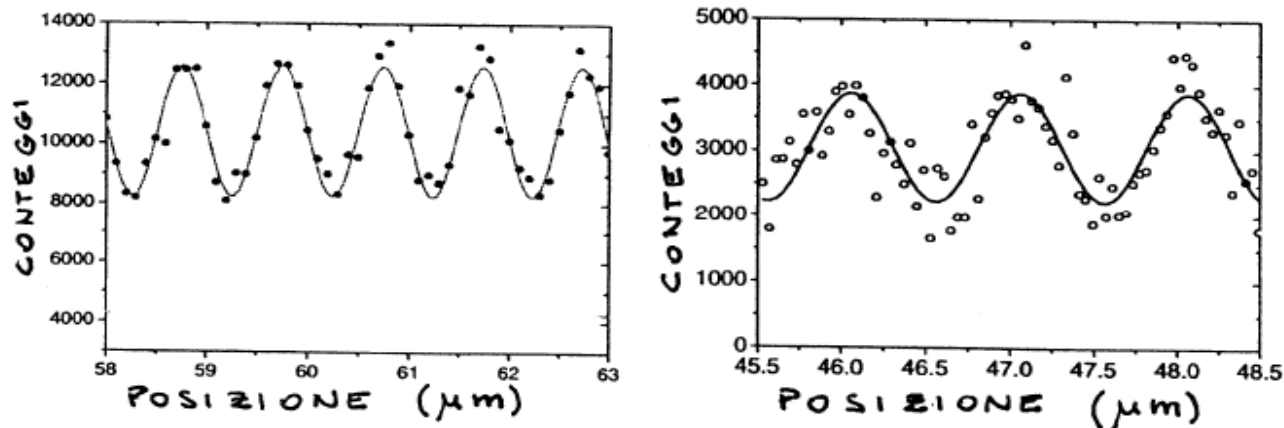
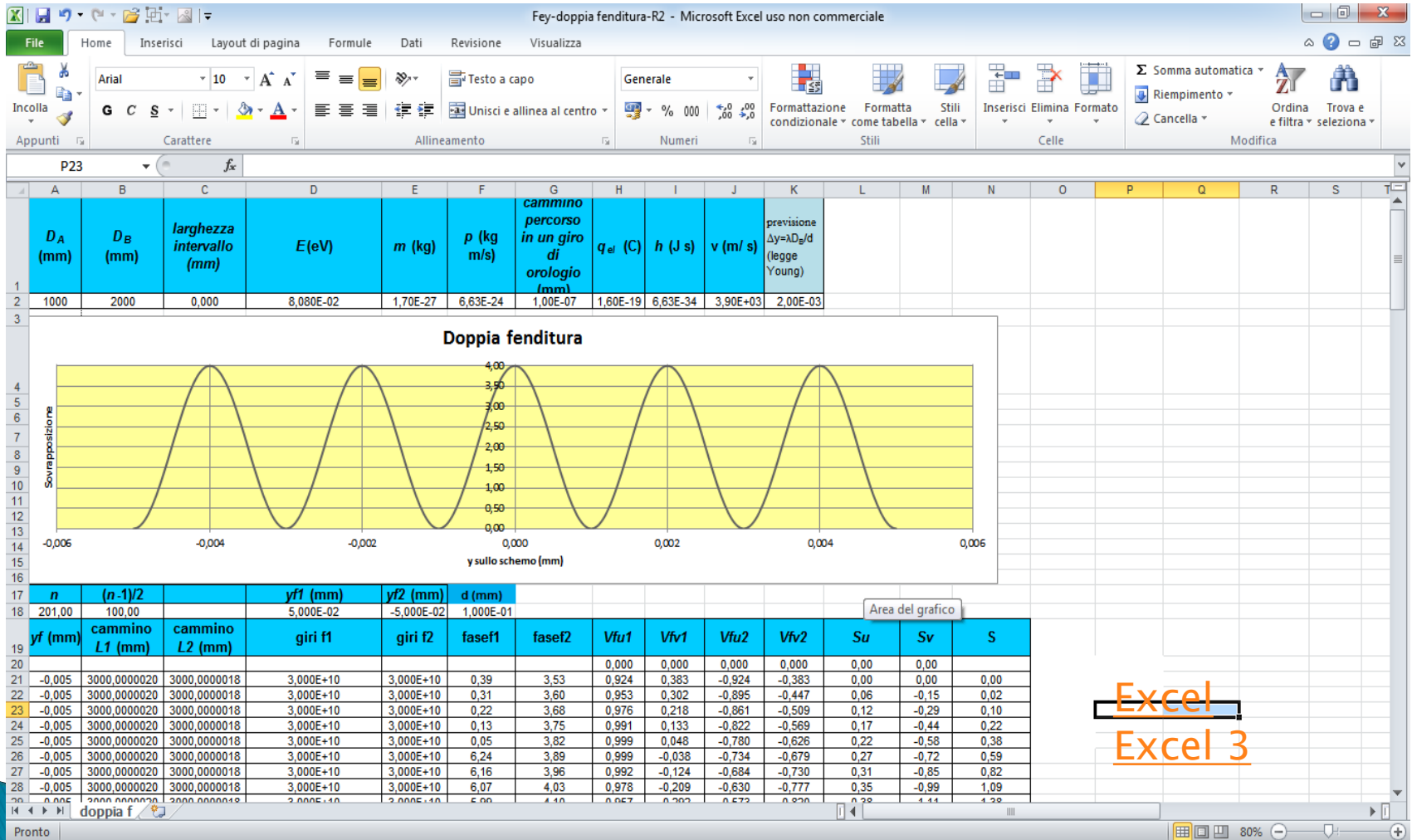
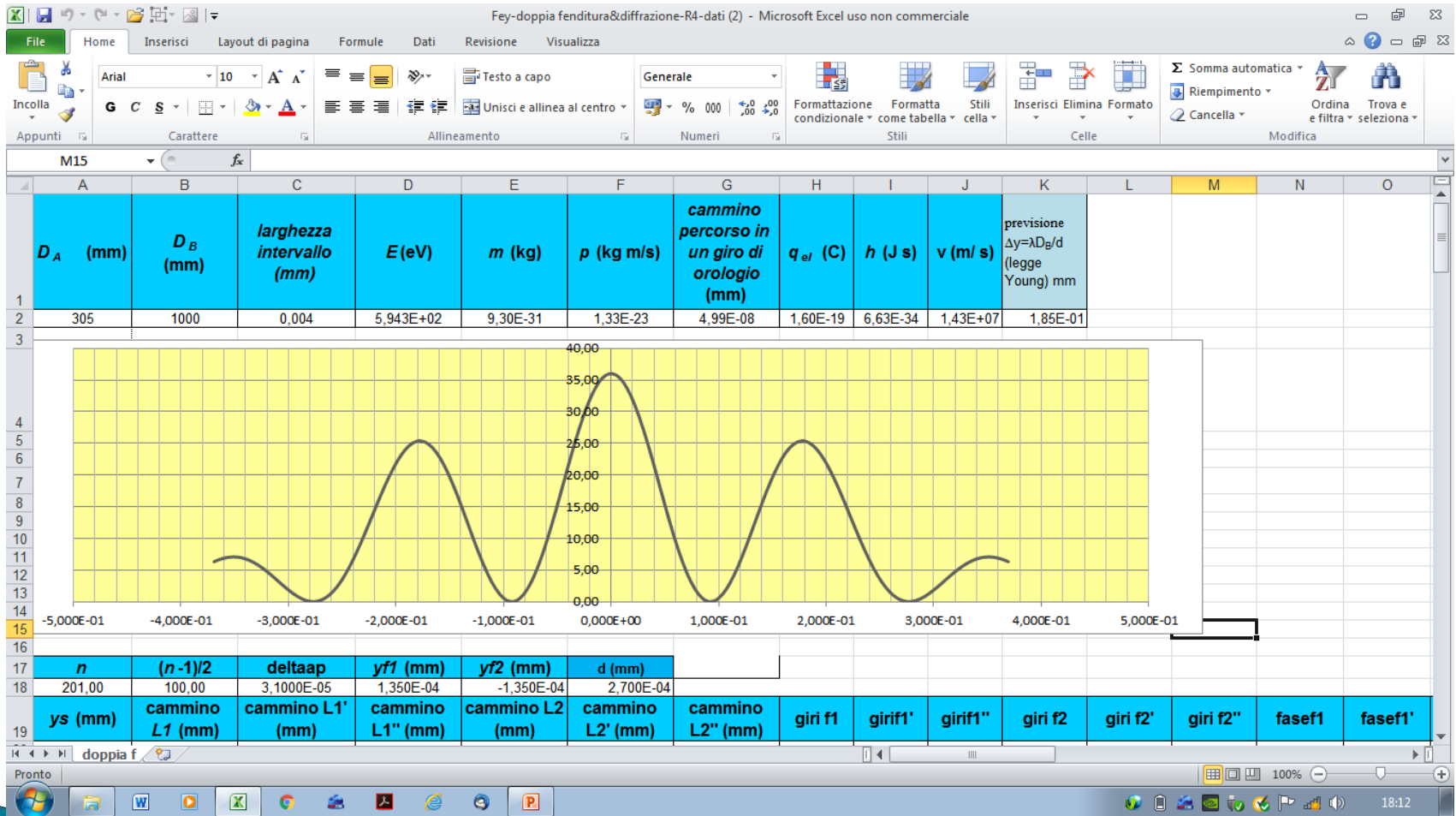


Fig. 6.3 Frange di interferenza di, rispettivamente, Tetrafenilporfirina e di Fluorofullerene

Una nuova proposta: la doppia fenditura



E se considero più cammini per ogni fenditura....



Bibliografia e sitografia

- ▶ R.Feynman QED, la strana teoria della luce Adelphi 1985
- ▶ E.F. Taylor Computers in Physics 12 (1998) 190
- ▶ E.Fabbri Come introdurre la fisica moderna nella scuola secondaria superiore LFNS 29 Suppl.1, p.63–80 (1996)
- ▶ C.Bernardini Dalla traiettoria alla funzione d'onda, Le scienze quaderni,dic.86
- ▶ Borello,Bello,Crosta,Cuppari,Rinaudo,Rovero,Micheletti, Musso,Silvestro Il metodo della somma sui molti cammini di Feynman per l'introduzione della Meccanica Quantistica LFNS 35,Suppl.n2, p.119–124 2002
- ▶ U.Besson Didattica della fisica Carocci 2015
- ▶ Malgieri,Onorato,DeAmbrosis Teaching quantum physics by the sum over paths approach and GeoGebra Simulations –European Journal of Physics 35,5,055024
- ▶ Id. Insegnare la fisica quantisticaa scuola: un percorso basato sulmetodo dei cammini di Feynman– Giornale di Fisica 61,1,pp.45–70
- ▶ www.iapht.unito.it
- ▶ www.bo.imm.cnr.it/users/lulli/downintel/
- ▶ phet.colorado.edu/it/simulation/quantum-wave-interference